تقديرات المعولية للتوزيع الاسي بمعلمتين
- دراسة مقارنة -

أ.م.د. عماد حازم عبودي* عطاف ادوار عبدالاحد **

المستخلص

أن التوزيــع الأســي يتمتـع بأهميـة بالغـة ودور كبيـر فـي التطبيقـات الـصناعية والـهندسية ويتم أستخدامه عندما يكون معدل الفشل ثابت مع الزمن ، وأحياناً تلجأ الحاجة الى أيجاد المعولية التي تبدأ من زمن معين وليس من الصفر وهذا الزمن المعين يمثل (مدة الضمان) لذلك ظهرت الحاجة الماسة لتضمين هذه المعلمة بالتوزيع الأسي وظهور التوزيع الأسي بمعلمتين وبناءً عليه تضمنت هذه الدراسة التطرق الى التوزيع الأسي ذو المعلمتين . وكذلك الى طرائق تقدير المعلمتين(معلمة الازاحة h Shifting Parameter ومعلمة القياس Scale Parameter q). والمقارنة بين طرائق التقدير المختلفة لدالة المعولية وهذه الطرائق هي :-

1- طريقة الامكان الاعظم المحورة الاولى

The First Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E-I)

2- طريقة الامكان الاعظم المحورة الثانية

The Second Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E-II)

3- طريقة العزوم المحورة الاولى

The First Modification Moments Method (M.M.E-I)

4- طريقة المربعات الصغرى Least Squares Method (L.S)

5- الطريقة التجزيئية Quantile Method (Q.E)

6- طريقة المربعات الصغرى اللاخطية

Nonlinear Least Squares Method (N.L.S)

وقد تمَّ التوصل الى طريقتي (الامكان الاعظم المحورة الثانية M.M.L.E-II والعزوم المحورة الاولى M.M.E.I) كأفضل طريقتين بين طرائق التقدير بأستخدام المقياسيين الأحصائيين التاليين :-

1- متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE)
Integral Mean Squared Error

2- متوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي (IMAPE)
Integral Mean Absolute Percentage Error

1 المقدمــة Introduction

بعد الانتشار الواسع للصناعة في القرن الماضي ازداد الاهتمام بدراسة نظرية المعولية (Reliability Theory) ، وكانت معظم بحوث العمليات قبل 1940 مقتصرةً على السيطرة النوعية ، ولم تشخص المعولية حينها . لكن بعد الحرب العالمية الثانية ونتيجة انتاج المُعدّات الحربية المعقدة اصبح لحقل المعولية كيان مستقل استمر بالتطور ما زالت هناك معولية للمعدات تكون هناك رغبة لتحسينها . ومنذ ذلك الحين توالت الابحاث في مجال دراسة المعولية .

في عام 1972 قدم الباحثان (Martz & Bennett) [4] طرائق مقترحة وتمكنا من الحصول على تقدير بيز التجريبي لمعلمات التوزيع الاسي بمعلمتين وتقدير دالة المعولية .في عام 1987 تمكن كل من الباحثين (Strong & KurkJian & [7](Karson بتقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي بمعلمة واحدة باستخدام مقدر الامكان الاعظم (M.L.E) والتقدير غير المتحيز ذو اقل تباين (MVUE) ومقارنتهم بواسطة متوسط مربعات الخطأ (MSE) .

في عام 1996 أستخدم الباحثان (SIU و TSO) [5] أسلوب التقلص ومقدر الأمكان الأعظم (MLE) لتقدير معلمات التوزيع الأسي .

وفي عام (2001) قام الباحث (القريشي)[3] بأقتراح طرائق لا معلمية لتقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي ، وقارن بين هذه الطرائق والطرائق التقليدية والبيزية وتوصل الى ان الطرائق اللامعلمية هي الافضل لتقدير دالة المعولية لحجوم العينات الصغيرة .

هدف البحث Purpose of Search

الهدف من هذا البحث هو تقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي بمعلمتين للبيانات الكاملة بعدة طرائق والمقارنة بين هذه الطرائق للوصول الى الطريقة الافضل بالاعتماد على المقياسيين الاحصائيين متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) ومتوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي (IMAPE) وباستخدام اسلوب المحاكاة .

يلعب التوزيع الاسي ذو المعلمتين دوراً مهماً في اختبارات الحياة ، إذ إنَّ دالة الكثافة الاحتمالية له كالآتي :-

$$f(t\,;q\,;h) = \frac{1}{q}\exp[-(t-h)/q] \qquad h < t < \infty \qquad \text{.........}\ (1)$$

$$q > 0$$

اذ إنَّ

h : تمثل معلمة الازاحة **(Shifting Parameter)**

q : تمثل معلمة القياس **(Scale Parameter)**

اما دالة التوزيع التراكمية للتوزيع الاسي بمعلمتين q و h هي

$$F(t\,;q\,,h) = \Pr\,(T \le t)$$

$$= \int_h^t f(u)\;du$$

$$= 1-\exp[-(t-h)/q] \qquad \text{......}\ (2)$$

وكذلك يمكن ايجاد دالة المعولية لهذا التوزيع كما يأتي :-

$$R(t) = \int_t^\infty f(u\;;q\;,h)\;du$$

$$R(t) = \exp[-(t-h)/q] \quad h < t < \infty \qquad \text{......}(3)$$

ويمكن التوصل الى الصيغة الرياضية لدالة المخاطرة لهذا التوزيع وكما يأتي :-

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

$$h(t) = \frac{\frac{1}{q}\exp[-(t-h)/q]}{\exp[-(t-h)/q]}$$

$$h(t) = \frac{1}{q} \qquad \ldots\ldots\ldots(4)$$

حيث ان معدل الفشل h(t) سيكون ثابت مع الزمن [6] [9]

اما متوسط الفترة الزمنية بين العطلات (Mean Time To Failure(MTTF))

يمكن الحصول عليها كالآتي :-

$$MTBF = \int_h^{\infty} R(t)\,dt$$

$$= \int_h^{\infty} \exp\ [-(t-h)/q]dt$$

$$MTBF = q \qquad \ldots\ldots\ldots(5)$$

طرائق التقدير Methods Of Estimations

في هذا المبحث سوف نستعرض الطرائق المختلفة لتقدير دالة المعولية ، ولتقدير دالة المعولية لابد من تقدير معلمات التوزيع الأسي ذي المعلمتين للبيانات الكاملة ، وتعتمد طرائق التقدير على افتراض أنَّ المعلمة المطلوب تقديرها ثابتة وليست متغيرة [1] . ومن خصائص تقديرات الامكان الاعظم تتميز فيها خاصية الثبات (Invariant Property) وبالتالي فان تقديرات المعولية تكون (Exact) اما بقية الطرائق فان تقديرات المعولية تكون تقريبية. وفيما يأتي طرائق التقدير :-

1- طريقة الامكان الاعظم المحورة الاولى [2][6]

The First Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E- I)

تم التوصل في هذه الطريقة الى مقدرات الامكان الاعظم المحورة الاولى والتي تمتلك صفات افضل من مقدرات الأمكان الاعظم التقليدية

$$E[F(t_{(1)})] = F\ (t_{(1)})$$

$$\hat{q} = t^{-} - \hat{h}$$

ويمكن الحصول على قيمة $\hat{q}$ المقدرة

$$\hat{q}_{M.M.L.E-I} = \frac{t^{-} - t_{(1)}}{1 + \log\left(\frac{n}{n+1}\right)} \quad \text{..... (6)}$$

واما قيمة $\hat{h}$

$$\hat{h}_{M.M.L.E-I} = \frac{t_{(1)} + t^{-}\log\left(\frac{n}{n+1}\right)}{1+\log\left(\frac{n}{n+1}\right)} \quad \text{......(7)}$$

ويمكن الحصول على مقدر دالة المعولية وكالآتي :-

$$\hat{R}_{M.M.L.E-I}(t) = \exp\left[-(t - \hat{h}_{M.M.L.E-I}) / \hat{q}_{M.M.L.E-1}\right] \quad \text{...... 8)}$$

2- طريقة الامكان الاعظم المحورة الثانية [2] [5]

The second Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E–II)

$$\hat{q} = \bar{t} - \hat{h} \qquad \text{...... (9)}$$

$$t_{(1)} = \hat{h} + \frac{\hat{q}}{n}$$

يمكن الحصول على المقدرات المحورة كالآتي

$$\hat{q}_{M.M.L.E-II} = \frac{n(\bar{t} - t_{(1)})}{n-1} \qquad \text{....... (10)}$$

اما قيمة $\hat{h}$

$$\hat{h}_{M.M.L.E-II} = \frac{nt_{(1)} - \bar{t}}{n-1} \qquad \text{....... (11)}$$

ومن ثم يمكن الحصول على تقدير دالة المعولية كالآتي

$$\text{......(12)} \quad \hat{R}_{M.M.L.E-II}(t) = \exp[-(t - \hat{h}_{M.M.L.E-II}) / \hat{q}_{M.M.L.E-II}]$$

3- طريقة العزوم المحورة الاولى [2] [5] [6]

The First Modification Moments Method (M.M.E-1)

في عام 1973 توصل الباحثان (Helm & Cohen) الى مقدرات تم تسميتها بمقدرات العزوم المحورة الاولى التي تمتلك صفات افضل من مقدرات العزوم الاعتيادية وذلك باستبدال

$$\hat{h}_{M.E} = S \qquad \text{......(13)}$$

$$E(t_{(1)}) = t_{(1)} \qquad \text{……(14)}$$

و يمكن التوصل الى مقدرات العزوم المحورة الاولى

$$\hat{h}_{M.M.E-I} = \frac{nt_{(1)} - \bar{t}}{n-1} \qquad \text{…… (15)}$$

$$\hat{q}_{M.M.E-I} = \frac{n(\bar{t} - t_{(1)})}{n-1} \qquad \text{……(16)}$$

ومن ثم فان مقدر المعولية يكون كالآتي

$$\hat{R}_{M.M.E-I}(t) = \exp[-(t - \hat{h}_{M.M.E-I})/\hat{q}_{M.M.E-I}] \qquad \text{……(17)}$$

وهذه المقدرات التي تم التوصل اليها هي نفس مقدرات طريقة الامكان الاعظم المحورة الثانية لذا ادرجت لاحقا في (الجانب التجريبي) في الجداول بعمود واحد .

- طريقة المربعات الصغرىج[2] [9]

Least Squares Method (L.S)

ان طريقة المربعات الصغرى تتضمن تصغير مجموع مربعات الخطأ الاتي :-

$$M(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - b\, x_i)^2 \qquad \text{……………} \qquad (18)$$

وبالاشتقاق الجزئي للدالة لكل من (a , b) ومساواة ناتج كل اشتقاق بالصفر يتم الحصول على معادلتين ، وباجراء تبسيط رياضي يتم الوصول الى قيمة مقدرات المربعات الصغرى ($\hat{a}$, $\hat{b}$) للمعلمتين ، ومن مميزات هذه الطريقة انها غير متحيزة وبالاعتماد على دالة التوزيع التجميعية كالآتي :-

$$F(t;q,h) = 1 - \exp[-(t-h)/q] \qquad \text{..... (19)}$$

$$1 - F(t;q,h) = \exp[-(t-h)/q] \qquad \text{.... (20)}$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة ومن خلال المطابقة مع أنموذج الانحدار الخطي البسيط تم الحصول :-

$$yi = a + bt_i + r_i \qquad \text{...... (21)}$$

اذ إنَّ :-

r_i : يمثل متغير الخطأ العشوائي و $i = 1,2,\dots,n$

وباستخدام طريقة المربعات الصغرى تم الحصول على تقدير معلمات الانموذج الخطي وكالآتي :-

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\,\bar{x}$$

$$\hat{h}_{L.S} = \hat{a} \qquad \text{......(22)}$$

$$\hat{q}_{L.S} = -\hat{b} \qquad \text{...... (23)}$$

ولذلك يكون مقدر المربعات الصغرى لدالة المعولية هو الآتي :-

$$\hat{R}_{L.S}(t) = \exp[-(t - \hat{h}_{L.S})/\hat{q}_{L.S}] \qquad \text{......(24)}$$

وقد تم حساب دالة التوزيع التجميعية بطريقة لا معلمية وحسب الصيغة الآتية :-

$$\hat{F}(t_{(i)})=\frac{i}{n+1}$$

اذ إنَّ

i : تمثل رتبة المشاهدات بعد ترتيبها تصاعدياً

5-الطريقة التجزيئية [2] [5]

Quantile Method (Q.E)

لنفرض أن لدينا المتغيرات $t_1 , t_2 , ..., t_n$ احصاءات مرتبة مسحوبة من عينة عشوائية تتبع التوزيع الاسي بمعلمتين والذي دالة الكثافة الاحتمالية له :-

$$f(t\ ;q\ ,h)=\frac{1}{q}\exp[-(t-h)/q] \qquad , \qquad h<t<\infty$$

$$q>0$$

وان دالة التوزيع التجميعية بدلالة دالة المعولية ستكون كالآتي :-

$$F(t;q,h)=1-\exp[-(t_i-h)/q] \qquad \text{...... (25)}$$

ويمكن كتابتها بالصيغة التالية :-

$$p_i=1-\exp[-(t_i-h)/q]$$

حيث ان

$$\exp[-(t_i-h)/q]=1-p_i$$

وبأخذ اللوغاريتم لطرفي المعادلة

$$t_i-h=-q\log(1-p_i)$$

بما انه لدينا معلمتين

اذن سوف يكون لدينا معادلتين

$$t_i = h - q \log (1 - p_i) \qquad ......(26)$$

$$t_j = h - q \log (1 - p_j) \qquad ......(27)$$

وعندما $i < J$ ، وبحل المعادلتين لتقدير كل من q و h :-

$$\hat{q}_{Q.E} = median(\hat{q}_{i,j}) \qquad ......(28)$$

$$\hat{h}_{Q.E} = median(\hat{h}_{i,j}) \qquad ......(29)$$

وان مقدارالمعولية

$$\hat{R}_{Q.E}(t) = \exp[-(t - \hat{h}_{Q.E}) / \hat{q}_{Q.E}] \qquad ......(30)$$

6- طريقة المربعات الصغرى اللاخطية[2] [6] [9] [10]

NonLinear Least Squares Method (N.L.S)

إنَّ مقدرات طريقة المربعات الصغرى اللاخطية تمثل قيم المعلمات التي تجعل مجموع المربعات الآتي أصغر ما يمكن ، ويمكن الحصول عليها من خلال الاشتقاق الجزئي والمساواة بالصفر .

$$S(t;q,h) = \sum_{i=1}^{n} [Ri(t) - \exp(-(ti - h)/q)]^2 \qquad ......(31)$$

ثم نقوم بعملية الاشتقاق الجزئي مرة لـ q ومرة لـ h ومساواتهما بالصفر .

$$\sum_{i=1}^{n}[Ri(t)-\exp(-(ti-h)/q)][\frac{1}{q}\exp(-ti-h)/q]=0 \quad ......(32)$$

$$\sum_{i=1}^{n}[R_i(t)-\exp(-(ti-h)/q)][\frac{ti-h}{q}\exp(-(ti-h)/q]=0 \quad .....(33)$$

ثم نقوم بحل المعادلتين (32) و (33) وباستعمال طريقة نيوتن – رافسن التكرارية متعددة المتغيرات للحصول على تقديرات q و h وبالشكل الآتي :-

$$B^{K}=B^{K-1}-[J(B^{K-1})]^{-1} \quad F(B^{K-1}) \quad ......(34)$$

التي تقوم على اعطاء قيمة أولية لـ $B^{(o)}$ لحل B وباستخدام المشتقة الجزئية لـ R(t) في مصفوفة جاكويين وباستخدام التطبيق الجاهز (MATLAP-7) تم الحصول على القيم المقدرة باستخدام هذه الطريقة الموضحة برنامجها في الملحق رقم (1) ومن ثم نحصل على مقدر دالة المعولية

$$\hat{R}_{N.L.S}(t)=\exp[-(t-\hat{h}_{N.L.S})/\hat{q}_{N.L.S}] \quad ......(35)$$

الجانب التجريبي

يعتبر اسلوب المحاكاة الاسلوب الفاعل في حل الكثير من المشاكل الصعبة والمعقدة التي لا يمكن حلها في الواقع الحقيقي وعندما لا تتوفر بيانات كافية وهذا الاسلوب يوفرالكثير من الوقت والجهد والكلفة . ويتم توليد البيانات نظريا وتتلخص هذه الطريقة بالخطوات التالية :-

1 – ان دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الاسي ذو المعلمتين هي كالاتي :–

$$f(t;q;h)=\frac{1}{q}\exp[-(t-h)/q] \qquad h<t<\infty \quad , \quad q>0$$

وكذلك دالة المعولية لهذا التوزيع هي كالاتي :-

$$R(t) = \exp\left[-(t-h)/q\right] \qquad h < t < \infty$$

2-توليد البيانات وفيها يتم توليد البيانات التي تخضع للتوزيع الاسي ووفقا لكل قيمة من قيم المعلمات الافتراضية وحجم العينة المحدد في الخطوة (1) ويتم من خلال

أ- توليد ارقام عشوائية U_i تتبع التوزيع المنتظم ضمن الفترة (0 , t)

$$U_i \sim U(0,1) \qquad ، \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

U_i **: يمثل متغير عشوائي مستمر يتم توليده باستخدام الحاسبة الالكترونية على وفق الصيغة الآتية :-**

$$U = RND\ (1)$$

ب- تحويل البيانات المولدة من الخطوة (أ) والتي تتبع التوزيع المنتظم الى بيانات تتبع التوزيع الاسي بمعلمتين بأستخدام دالة التوزيع التجميعية وحسب طريقة التحويل المعكوس الآتية :-

$$F(x) = 1 - \exp[-(t-h)/q]$$

$$U = 1 - \exp[-(t-h)/q]$$

ينتج

$$t = h - q \log(1 - U)$$

ج- في هذه المرحلة يتم تقدير المعلمات للتوزيع الأسي بمعلمتين ولكافة الطرائق المبينة في الجانب النظري واستخدامها في تقدير دالة المعولية بالاعتماد على قيم (t_i) المولدة في الخطوة (ب) وحسب صيغ طرائق التقدير الاتية :-

(8) طريقة الامكان الاعظم المحورة الاولى (M.M.L.E-I)

(12) طريقة الامكان الاعظم المحورة الثانية (M.M.L.E-II)

(17) طريقة العزوم المحورة الاولى (M.M.E-I)

(24) طريقة المربعات الصغرى (L.S)

(30) طريقة التجزيئية (Q.E)

(35) طريقة المربعات الصغرى اللاخطية (N.L.S)

1- لقد تم تحديد القيم الافتراضية واختيار خمسة حجوم مختلفة للعينة (100 , 50 , 30 , 20 , n=10) ، وقد اختيرت القيم الافتراضية للمعلمات

جدول رقم (1)

Cases الحالات	h معلمة الازاحة	q معلمة القياس
I	0.5	1
II	0.5	2
III	0.5	3
IV	1.5	1
V	1.5	2
VI	1.5	3
VII	2.5	1
VIII	2.5	2
VIIII	2.5	3

4ـ ولغرض الوصول الى المقدر الافضل فقد تم الاعتماد على المقياسين الاحصائيين التاليين :

1- متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) .

لكون (MSE) يحسب لكل (t_i) من الزمن فأن (IMSE) يمثل بمثابة التكامل للمساحة الكلية لـ (t_i) واختزالها بقيمة واحدة تعتبر عامة للزمن ، او معبرة عن الزمن الكلي وصيغة هذا المقياس تكون كما يأتي :-

$$IMESE\,(\hat{R}(t)) = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\{\frac{1}{n_t}\sum_{J=1}^{n_t}(\hat{R}i(t_J)-R(t_J))^2\}$$

$$= \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} MSE\,(\hat{R}(t_i))$$

حيث إنَّ

r : تمثل عدد مرات تكرار التجربة ، J = 1 , 2 , …. , n

n_t : هي معبرة عن حدود المتغير (t_i) من الحد الادنى (lower) الى الحد الاعلى (upper)

2- متوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي (IMAPE)

وللسبب المذكور في الفقرة السابقة أستُخدِم هذا المقياس الذي يحسب على وفق الصيغة الآتية :-

$$IMAPE\,(\hat{R}(t)) = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r}\{\frac{1}{n_t}\sum_{J=1}^{n_t}\left|\frac{\hat{R}i(t) - R(t)}{R(t)}\right|$$

الاستنتاجات والتوصيات

1 - الاستنتاجات Conclusions

1-اضـهرت الدراسـة التجريبيـة بـأن طريقتـي (الامكـان الاعظـم المحـورة الثانيـة والعـزوم المحورة الاولى) هما الأكفأ باستخدام المقياس الاحصائي (IMSE) وبنسبة (0.9375) . وباستخدام المقياس الاحصائي (IMAPE) بنسبة (0.8823529) .

2- اسـتنتجت الدراسـة التجريبيـة كـذلك ان طريقتـي (الامكـان الاعظـم المحـورة الثانيـة والعزوم المحورة الاولى) لتقدير دالة المعولية لهمـا الافضلية لحجوم العينـات كافة ولجميع الحالات عند زمن الاشتغال (t) .

2 - التوصيــات Recommendations

1- نوصـــي باعتمـــاد طريقتي (الامكان المحورة الثانية والعزوم المحورة الاولى) لتقدير دالة المعولية للتوزيع الاسي ذي المعلمتين للبيانات الكاملة .

2- نوصي بإجراء بحوث مستقبلية على بيانـات حقيقيـة باستخدام طريقتـي (الامكـان الاعظـم المحـورة الثانيـة والعزوم المحـورة الاولـى) لتقدير دالـة المعوليـة لكونهمـا افضل الطرائـق المستخدمة التي تم التوصل اليها في الجانب التجريبي .

جدول (2)
يبين متوسط مربعات الخطأ التكاملي (IMSE) لتقدير دالة المعولية لجميع الطرائق وحجوم العينات لجميع الحالات

Cases	n	M.M. L.E-I	M.M.L.E -II & M.M.E-I	*L.S*	*N.L.S*	*Q.E*	Best
I	10	0.010000	0.010000	0.016400	0.012000	0.013400	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	20	0.004500	0.004400	0.007200	0.005900	0.006300	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.003000	0.003000	0.005000	0.004200	0.004100	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	50	0.001700	0.001700	0.002800	0.002300	0.002200	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	100	0.000900	0.000900	0.001600	0.001200	0.001200	M.M.L.E-II - M.M.E-I
II	10	0.016809	0.016513	0.022201	0.016712	0.018815	M.M.L.E-II - M.M.E.I
	20	0.006104	0.006089	0.010628	0.007594	0.008307	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.003242	0.003240	0.006029	0.004200	0.004273	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	50	0.001967	0.001967	0.003737	0.002620	0.002607	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	100	0.000963	0.000963	0.002061	0.001389	0.001377	M.M.L.E-II - M.M.E-I
III	10	0.013554	0.013368	0.022435	0.014913	0.019909	M.M.L.E-II - M.M.E.I
	20	0.004391	0.004378	0.008763	0.005744	0.006036	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.002990	0.002987	0.007368	0.004283	0.004042	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	50	0.001849	0.001849	0.004106	0.002572	0.002497	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	100	0.000803	0.000803	0.002079	0.001189	0.001083	M.M.L.E-II - M.M.E-I
IV	10	0.009642	0.009563	0.015270	0.011094	0.011934	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	20	0.004054	0.004048	0.006365	0.005369	0.005457	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.002967	0.002965	0.004646	0.003825	0.003833	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	50	0.001697	0.001697	0.002663	0.002303	0.002412	M.M.L.E-I – M.M.L.E.II – M.M.E-I
	100	0.000800	0.000800	0.001293	0.000999	0.000974	M.M.L.E-II – M.M.E.I
V	10	0.013324	0.013182	0.019196	0.014473	0.017611	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.005171	0.005160	0.009065	0.006772	0.007532	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.003508	0.003505	0.006127	0.004894	0.005155	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.002037	0.002036	0.003580	0.002750	0.002744	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.001011	0.001011	0.001934	0.001428	0.001424	M.M.L.E-II – M.M.E.I

تابع جدول (2)

VI	10	0.012449	0.012312	0.019951	0.015662	0.023183	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.005563	0.005550	0.009060	0.006720	0.007382	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.003640	0.003637	0.005725	0.004408	0.004438	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.001783	0.001783	0.003547	0.002511	0.002509	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.000934	0.000934	0.001959	0.001362	0.001321	M.M.L.E-II – M.M.E.I
VII	10	0.010477	0.010377	0.019679	0.011926	0.013893	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.004491	0.004483	0.007449	0.005720	0.006215	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.002946	0.002944	0.004768	0.003941	0.003931	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.001850	0.001849	0.003136	0.002436	0.002474	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.000914	0.000914	0.001472	0.001199	0.001236	M.M.L.E-II – M.M.E.I
VIII	10	0.013164	0.012995	0.022525	0.014087	0.016843	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.005766	0.005752	0.009057	0.007016	0.007563	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.003633	0.003630	0.006479	0.004822	0.004869	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.002044	0.002044	0.003613	0.002750	0.002705	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.001003	0.001003	0.001907	0.001371	0.001367	M.M.L.E-II – M.M.E.I – M.M.L.E-I
VIIII	10	0.013071	0.012872	0.030221	0.013758	0.016029	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.004196	0.004187	0.011026	0.005617	0.005275	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.002436	0.002434	0.008154	0.003759	0.003192	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.001389	0.001389	0.004710	0.002263	0.001907	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.000647	0.000647	0.002867	0.001168	0.000905	M.M.L.E-II – M.M.E.I

جدول (3)
يبين متوسط الخطأ النسبي المطلق التكاملي(IMAEP) لتقدير دالة المعولية لجميع الطرائق وحجوم العينات لجميع الحالات

Cases	n	M.M.L. E-I	M.M.L.E-II & M.M.E-I	*L.S*	*N.L.S*	*Q.E*	Best
	10	0.314200	0.313700	0.374500	0.358000	0.365100	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	20	0.222000	0.221900	0.262700	0.258300	0.266200	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.185400	0.185300	0.222000	0.217800	0.215300	M.M.L.E-II - M.M.E-I
I	50	0.139000	0.139000	0.165800	0.157600	0.161500	M.M.L.E-I – M.M.L.E-II – M.M.E-I
	100	0.104200	0.104200	0.123700	0.116000	0.120700	M.M.L.E-I - M.M.E-II – M.M.E-I
	10	0.180570	0.179790	0.201690	0.187730	0.205670	M.M.L.E-II - M.M.E.I
	20	0.131840	0.131710	0.152250	0.147950	0.155540	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.097943	0.097902	0.116640	0.110800	0.112510	M.M.L.E-II - M.M.E-I
II	50	0.076353	0.076338	0.093288	0.086830	0.087514	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	100	0.053234	0.053232	0.067547	0.064256	0.064553	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	10	0.138040	0.137510	0.164420	0.146750	0.158180	M.M.L.E-II - M.M.E.I
	20	0.087000	0.086906	0.113210	0.099880	0.100920	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.073559	0.073523	0.102500	0.087614	0.084840	M.M.L.E-II - M.M.E-I
III	50	0.057995	0.057990	0.079409	0.068708	0.066894	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	100	0.038024	0.038021	0.055741	0.046406	0.043780	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	10	0.385450	0.385150	0.471200	0.442000	0.426940	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	20	0.268290	0.268270	0.330370	0.316230	0.310360	M.M.L.E-II - M.M.E-I
	30	0.234100	0.234090	0.281820	0.270490	0.265390	M.M.L.E-II - M.M.E-I
IV	50	0.176950	0.176950	0.212000	0.203050	0.209690	M.M.L.E-I – M.M.L.E.II – M.M.E-I
	100	0.122910	0.122910	0.149570	0.138380	0.137540	M.M.L.E-II – M.M.E.I – M.M.L.E-I
	10	0.219990	0.219230	0.245170	0.235470	0.256870	M.M.L.E-I – M.M.E.I
	20	0.148780	0.148650	0.172430	0.170950	0.179800	M.M.L.E-I – M.M.E.I
	30	0.122980	0.122930	0.142690	0.144730	0.148000	M.M.L.E-I – M.M.E.I
V	50	0.093714	0.093699	0.110820	0.108200	0.109720	M.M.L.E-I – M.M.E.I
	100	0.066218	0.066215	0.080016	0.077810	0.079559	M.M.L.E-I – M.M.E.I

تابع جدول (3)

VI	10	0.174550	0.173840	0.196200	0.187300	0.205500	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.120520	0.120390	0.140850	0.133260	0.138380	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.099256	0.099209	0.114660	0.108110	0.108310	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.070413	0.070400	0.087787	0.082412	0.081639	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.050029	0.050027	0.064723	0.061072	0.060809	M.M.L.E-II – M.M.E.I
VII	10	0.317110	0.316480	0.383300	0.358190	0.354180	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.221030	0.220920	0.262980	0.248180	0.261510	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.185560	0.185530	0.218990	0.210540	0.209820	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.146430	0.146420	0.170820	0.163620	0.165830	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.103110	0.103110	0.118380	0.115850	0.119630	M.M.L.E-I – M.M.L.E.II – M.M.E-I
VIII	10	0.182590	0.181750	0.210800	0.197200	0.210760	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.130370	0.130230	0.148550	0.144300	0.148990	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.106300	0.106250	0.124050	0.121110	0.123110	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.078541	0.078529	0.093791	0.091190	0.090418	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.056088	0.056086	0.068223	0.064945	0.065391	M.M.L.E-II – M.M.E.I
VIIII	10	0.113290	0.112960	0.155990	0.120400	0.128700	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	20	0.069967	0.069925	0.110150	0.083190	0.078175	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	30	0.055073	0.055057	0.094585	0.069708	0.062555	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	50	0.041650	0.041649	0.075572	0.054512	0.048835	M.M.L.E-II – M.M.E.I
	100	0.028945	0.028945	0.057255	0.038937	0.033809	M.M.L.E-I – M.M.L.E.II – M.M.E-I

المصادر

Arabic References المصادر العربية

1 - البياتي ، حسام نجم عبود (2002) " ، مقارنة طرائق لتقدير نموذج ويبل للفشل باستخدام المحاكاة ، اطروحة دكتوراه ، قسم الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، جامعة بغداد .

2- عبد الأحد، عطاف ادوار(2007)" ،تقديرات اتمعولية للتوزيع الأسي بمعلمتين – دراسة مقارنة -،رسالة ماجستير، قسم الأحصاء ، كلية الأدارة والأقتصاد,جامعة بغداد .

3- القريشي ، احسان كاظم (2001)" للطرائق اللامعلمية في تقدير دالة المعولية ، اطروحة دكتوراه ، قسم الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد ، الجامعة المستنصرية .

4- يوسف ، محمد عبد القادر (1983)" ، تقدير المعلمات ودالة المعولية للتوزيع الاسي بمعلمتين ، قسم الاحصاء ، كلية العلوم ، جامعة اليرموك .

Foreign References المصادر الاجنبية

5- Afify , E.E , (2004)" , Linear and Nonlinear Reqression of Exponential Distribution .
http : // ip. StatJournals , net : 2002/
Inter Stat/index/Novo4.htmL.p.df.

6- Afify , E.E, (2006)" , NOTE ON The Exponential Distribution . Faculty of ENGIN EERING MENOWFiyA UNIVERSITY , SHIBEEN . EL. KOOM.

7 - Basu , A.P, (1995) , The Exponential Distribution Theory , Methods and Applications , Gordon and Breach Publishers-

8- Johnson , N.L. & Katz , S. (1970) , Continuous Univariate Distribution – 1 John Wiley & Sons

9- TRIVEDI K.S. (2002), Probability and Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications , Second Edition, Awiley – Interscience publication, John Wiley & SONS, INC

10- Tse , S . K, & Tso , G.(1996) shrinkage Estimation of Reliability for Exponential Distribution Life times . COMMUN , Simula , Vol. 25, 415 – 430 .

ملحق (1)

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%Realiblity↙
Programe%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
rand('state',sum(100*clock));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
zeta1=2.5 ;
theta1=3 ;
lower1=2.85;
h1=0.15;
for q=1:1000;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
N=10;
zeta(q)=2.5 ;
theta(q)=3 ;
lower=2.85 ;
h=0.15 ;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i1=1:N;
x(i1,q)=zeta(q)-(theta(q)*log(1-rand));
y(i1,q)=1-(i1/(N+1));
p(i1,q)=(i1/(N+1));
y1(i1,q)=log(1-(i1/(N+1)));
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t(1,q)=lower;
for i3=1:9;
t(i3+1,q)=lower+(i3)*h;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
x1( :,q )=sort(x( :,q));
beta=[1.5,1.5];
betahat( :,q) = nlinfit(x1( :,q),y( :,q),'attaf',beta);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
zetahat11(q)=(median(x1( :,q))-N*min(x( :,q))*log(2))/(1-N*log(2));
thetahat11(q)= (median(x1( :,q))-min(x( :,q)))/(log(2)-(1/N));
zetahat1(q)=min(x( :,q));
thetahat1(q)=(mean(x1( :,q))-min(x( :,q)));
zetahat2(q)=(min(x( :,q))+(mean(x1( :,q)))*(log(N/(N+1))))/(1+log(N/(N+1)));
thetahat2(q)=(mean(x1( :,q))-min(x( :,q)))/(1+log(N/(N+1)));
zetahat3(q)=(N*min(x( :,q))-(mean(x1( :,q))))/(N-1);
thetahat3(q)=(N*(mean(x1( :,q))-min(x( :,q))))/(N-1);
zetahat4(q)=mean(x1( :,q))-std(x1( :,q));
thetahat4(q)=std(x1( :,q));
zetahat5(q)=(mean(x1( :,q)))-std(x1( :,q));
thetahat5(q)=std(x1( :,q));
thetahat6(q)=(N*(mean(x1( :,q))-min(x1( :,q))))/(N-1);
zetahat6(q)=(N*min(x1( :,q))-mean(x1( :,q)))/(N-1);
thetahat7(q)=std(x1( :,q));
zetahat7(q)=min(x1( :,q))+thetahat7(q)*log(N/(N+1));
betahat55(q)=(y1( :,q)'*x1( :,q)-N*mean(y1( :,q))*mean(x1( :,q)))/(sum(y1( :,q).^2)-N*↙
(mean(y1( :,q)))^2);
elphhat55(q)=mean(x1( :,q))-betahat55(q)*mean(y1( :,q));
thetahat8(q)=-betahat55(q);
zetahat8(q)=elphhat55(q);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i2=1:10;
R1(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zeta(q))/theta(q));
```

```
Rhat9(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-betahat(1,q))/betahat(2,q));
Rhat15(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat1(q))/thetahat1(q));
Rhat2(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat2(q))/thetahat2(q));
Rhat3(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat3(q))/thetahat3(q));
Rhat4(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat4(q))/thetahat4(q));
Rhat5(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat5(q))/thetahat5(q));
Rhat6(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat6(q))/thetahat6(q));
Rhat7(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat7(q))/thetahat7(q));
Rhat8(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat8(q))/thetahat8(q));
end
mse9(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat9( :,q)).^2)))/(10);
imape9(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat9( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
for j1=2:N;
thetahatq10(j1,q)=(x1(1,q)-x1(j1,q))/((log(1-(p(j1,q))))-(log(1-(p(1,q)))));
zetahatq10(j1,q)=x1(1,q)+thetahatq10(j1,q)*(log(1-(p(1,q))));
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
thetahat10(q)=median(thetahatq10( :,q));
zetahat10(q)=median(zetahatq10( :,q));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i2=1:10;
R1(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zeta(q))/theta(q));
Rhat10(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat10(q))/thetahat10(q));
Rhat11(i2,q)=exp(-(t(i2,q)-zetahat11(q))/thetahat11(q));
end
mse10(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat10( :,q)).^2)))/(10);
imape10(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat10( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse11(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat11( :,q)).^2)))/(10);
imape11(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat11( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse1(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat15( :,q)).^2)))/(10);
imape1(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat15( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse2(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat2( :,q)).^2)))/(10);
imape2(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat2( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse3(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat3( :,q)).^2)))/(10);
imape3(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat3( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse4(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat4( :,q)).^2)))/(10);
imape4(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat4( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse5(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat5( :,q)).^2)))/(10);
imape5(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat5( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse6(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat6( :,q)).^2)))/(10);
imape6(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat6( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse7(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat7( :,q)).^2)))/(10);
imape7(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat7( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
mse8(q)=(sum(((R1( :,q)-Rhat8( :,q)).^2)))/(10);
imape8(q)=(sum((abs((R1( :,q)-Rhat8( :,q))./R1( :,q)))))/(10);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
mean(zetahat1);
mean(thetahat1);
mean(mse1);
mean(imape1);
mean(zetahat2);
mean(thetahat2);
mean(mse2);
mean(imape2);
mean(zetahat3);
```

```
mean(thetahat3);
mean(mse3);
mean(imape3);
mean(zetahat4);
mean(thetahat4);
mean(mse4);
mean(imape4);
mean(zetahat5);
mean(thetahat5);
mean(mse5);
mean(imape5);
mean(zetahat6);
mean(thetahat6);
mean(mse6);
mean(imape6);
mean(zetahat7);
mean(thetahat7);
mean(mse7);
mean(imape7);
mean(zetahat8);
mean(thetahat8);
mean(mse8);
mean(imape8);
z1=mean(betahat(1,:));
z2=mean(betahat(2,:));
mean(mse9);
mean(imape9);
mean(zetahat10);
mean(thetahat10);
mean(mse10);
mean(imape10);
mean(zetahat11);
mean(thetahat11);
mean(mse11);
mean(imape11);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
ti(1)=lower1;
for i3=1:9;
ti(i3+1)=lower1+(i3)*h1;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for i2=1:10;
mseti9(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat9(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti9(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat9(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti10(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat10(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti10(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat10(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti11(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat11(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti11(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat11(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti1(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat15(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti1(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat15(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti2(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat2(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti2(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat2(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti3(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat3(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti3(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat3(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti4(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat4(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti4(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat4(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
```

```
mseti5(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat5(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti5(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat5(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti6(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat6(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti6(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat6(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti7(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat7(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti7(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat7(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
mseti8(i2)=(sum(((R1(i2,: )-Rhat8(i2,: )).^2)))/(1000);
imapeti8(i2)=(sum((abs((R1(i2,: )-Rhat8(i2,: ))./R1(i2,: )))))/(1000);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Rd(i2)=exp(-(ti(i2)-zeta1)/theta1);
Rhatd1(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat1))/mean(thetahat1));
Rhatd2(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat2))/mean(thetahat2));
Rhatd3(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat3))/mean(thetahat3));
Rhatd4(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat4))/mean(thetahat4));
Rhatd5(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat5))/mean(thetahat5));
Rhatd6(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat6))/mean(thetahat6));
Rhatd7(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat7))/mean(thetahat7));
Rhatd8(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat8))/mean(thetahat8));
Rhatd9(i2)=exp(-(ti(i2)-z1)/z2);
Rhatd10(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat10))/mean(thetahat10));
Rhatd11(i2)=exp(-(ti(i2)-mean(zetahat11))/mean(thetahat11));
end
mseti1';
imapeti1';
mseti2';
imapeti2';
mseti3';
imapeti3';
mseti4';
imapeti4';
mseti5';
imapeti5';
mseti6';
imapeti6';
mseti7';
imapeti7';
mseti8';
imapeti8';
mseti9';
imapeti9';
mseti10';
imapeti10';
mseti11';
imapeti11';
oo=[mean(mse1) mean(mse2) mean(mse3)  mean(mse4)  mean(mse5)  mean(mse6)  mean(mse7)↙
mean(mse8)  mean(mse9)  mean(mse10)  mean(mse11)];
ww=[mean(zetahat1) mean(zetahat2) mean(zetahat3) mean(zetahat4) mean(zetahat5) mean↙
(zetahat6) mean(zetahat7) mean(zetahat8) z1 mean(zetahat10) mean(zetahat11)];
uu=[mean(thetahat1) mean(thetahat2) mean(thetahat3) mean(thetahat4) mean(thetahat5)↙
mean(thetahat6) mean(thetahat7) mean(thetahat8) z2 mean(thetahat10) mean(thetahat11)];
bb=[ mean(imape1) mean(imape2) mean(imape3) mean(imape4) mean(imape5) mean(imape6) mean↙
(imape7) mean(imape8) mean(imape9) mean(imape10) mean(imape11)];
```

```
function yhat = attaf(beta,x)
%HOUGEN Hougen-Watson model for reaction kinetics.
%   YHAT = HOUGEN(BETA,X) gives the predicted values of the
%   reaction rate, YHAT, as a function of the vector of
%   parameters, BETA, and the matrix of data, X.
%   BETA must have five elements and X must have three
%   columns.
%
%   The model form is:
%   y = (b1*x2 - x3/b5)./(1+b2*x1+b3*x2+b4*x3)
b1 = beta(1);
b2 = beta(2);
x1 = x(:,1);
yhat = exp(-(x1-b1)./b2);
```

Reliability Estimation For Exponential Distribution with Two Parameters

*Ass. prof. Dr.E. H. Aboudi * Ass. lecturer E. A. Abd alahd***

Abstract

The exponential distribution have an important role in the applications of industrial and engineering .It have been used when the average of failure constant with time .

Sometime the need to find parameter which start in specific time and not from the zero .

In this specific time represent (time of guaranteed) . So it appeared the important need which contain the reliability of exponential distribution, also the estimation methods for two parameter as shifting parameter & scale parameter.

The comparative between the different estimation methods for reliability function . The methods are :

1- The First Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E-I).
2- The Second Modification Maximum Likelihood Method (M.M.L.E-II) .
3- The First Modification Moments Method (M.M.E-I) .
4- Least Squares Method (L.S) .

* College of Administration & Economics / University of Baghdad

** Institute for Administration /

5- Quantile Method (Q.E) .

6- Nonlinear Least Squares Method (N.L.S).

which leads two methods the second modification maximum likelihood method (M.M.L.E-II) & the first modification moments method (M.M.E-I) .
The best two methods between estimation depending on the measures :-

1- Integral mean squared Error (IMSE) .

2- Integral mean Absolute percentage error (IMAPE) .